

**제44회 보험계리사 및 손해사정사 제2차 시험문제**  
**(2021년도 시행)**

**【 계 리 모 형 론 】**

※ 모든 문제의 계산은 소수점 이하 넷째 자리에서 반올림하여 셋째 자리까지 산출함.

1. 한 해 동안 A 보험회사에 청구되는 보험금의 총합계  $S$ 는 다음과 같은 복합모형(compound model)을 따른다. 다음의 자료를 이용하여 변동계수(coefficient of variation)의 제곱값을 구하시오. (10점)

i)  $S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N$

여기서 확률변수  $N$ 은 사고건수 확률변수이고,  $X_1, X_2, \cdots, X_N$ 은 사고금액 확률변수이다.

ii)  $N$ 은  $X_1, X_2, \cdots, X_N$ 들과 서로 독립이다.

iii) 모든 양의 정수  $n$ 에 대하여  $N=n$ 일 때  $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 은 서로 독립이고 동일한 분포를 따른다.

iv) 사고건수 확률변수  $N$ 은 다음과 같은 확률분포를 갖는다.

$n$	$\Pr(N=n)$
4	$\frac{1}{4}$
5	$\frac{1}{2}$
6	$\frac{1}{4}$

v) 사고금액 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{3}{x^4}, \quad 1 \leq x < \infty$$

(뒷면 계속)

2. 생존시간을 구간  $[0, 10]$ 에서는 가중치  $w$  ( $0 < w < 1$ )를, 구간  $[10, 15]$ 에서는 가중치  $1 - w$ 로 주어진 혼합균등분포(mixture of uniform distribution)로 적합 시킨다. 이때 다음과 같은 시간대에 사망자가 발생하였다.

2    3    8    11    13

이를 이용하여 최대가능도(maximum likelihood)방법으로 적합된 분포의 기댓값을 구하시오. (10점)

3. 확률변수  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 은 다음과 같은 서로 독립이고 동질적인 확률밀도 함수를 갖는다고 한다.

$$f(x_i, \theta) = \begin{cases} \frac{2x_i}{\theta^2}, & 0 < x_i \leq \theta \\ 0, & x_i \leq 0 \text{ or } x_i > \theta \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

이 분포의 중앙값에 대한 최대가능도추정량(maximum likelihood estimator)을 구하시오. (10점)

4. A 보험회사의 차량 사고보험금을 예측하기 위한 회귀모형은 다음과 같다.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \epsilon, \epsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

여기서  $X_1$ =차량가액,  $X_2$ =소득금액,  $X_3$ =운전자 연령,  $Y$ =차량 사고보험금이다.  
표본의 수가 14인 회귀모형을 적합한 모수추정값과 분산분석표는 다음과 같다.

모수	모수추정값	표준오차
$\beta_0$	2.1	13.47
$\beta_1$	0.55	0.2343
$\beta_2$	8.5	0.9858
$\beta_3$	-4.1	0.6555

요인(source)	자유도(df)	Type 1(sequential) 제공합(sum of Square)	Type 3(partial) 제공합(sum of square)
$X_1$		659.61	53.2588
$X_2$		(b)	729.75
$X_3$		397.70	397.70
오차(error)	(a)	97.5496	97.5496
총합계(total)		1980.7093	1980.7093

(1) 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서  $H_0: \beta_1 = 0$  대비  $H_1: \beta_1 > 0$ 을 검정하기 위한  
검정통계량을 구하시오. (5점)

(2) 위의 분산분석표에서 (a)와 (b)값을 구하시오. (5점)

(3)  $X_1, X_2$ 가 주어졌을 때,  $Y$ 와  $X_3$ 의 편상관계수(partial correlation)의 제곱값  
 $r^2_{Y, X_3 | X_1, X_2}$ 을 구하시오. (5점)

(뒷면 계속)

5. 한국보험회사의 10개 보험증권으로부터 청구되는 보험금의 총합계  $S$ 는 다음과 같다.

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_{10}$$

총보험금 중 개별 보험증권의 청구금액 비율  $W_i$ 은 다음과 같다.

$$W_i = \frac{X_i}{S}, \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

각각의 청구금액  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ 은 서로 독립이고 분포가 동일한 확률변수로  $E(X_i) = \mu$ 이고  $Var(X_i) = \sigma^2$ 이다.  $\Pr(X_i = 0) = 0$ 이라고 가정한다.

(1)  $E(W_i|S=s)$ 를 구하시오. (5점)

(2)  $E[Var(X_i|S)]$ 를 구하시오. (5점)

(뒷면 계속)

6. K 보험회사는 설명변수로 성별, 거주지역과 차량가액 3개로 구성된 다음과 같은 로지스틱 회귀모형을 이용하여 자동차 보험사고 발생률( $p$ )을 예측하고자 한다.

$$\log\left(\frac{p}{1-p}\right) = \beta_0 + \sum_{i=1}^2 \beta_i^{\text{성별}} X_i^{\text{성별}} + \sum_{i=1}^3 \beta_i^{\text{지역}} X_i^{\text{지역}} + \sum_{i=1}^3 \beta_i^{\text{차량가액}} X_i^{\text{차량가액}}$$

성별은 남성과 여성, 거주지역은 A, B, C, 차량가액은 상, 중, 하로 구성된 범주형변수이다.

다음은 각 변수의 마지막 범주의 모수를 0으로 설정( $\beta_2^{\text{성별}} = 0$ ,  $\beta_3^{\text{지역}} = 0$ ,  $\beta_3^{\text{차량가액}} = 0$ )한 로지스틱 회귀모형의 모수 추정 결과이다.

요인		모수 추정값
상수		-0.11
성별	남성	0.16
	여성	0
거주지역	A	-0.66
	B	-0.29
	C	0
차량가액	상	-1.67
	중	0.74
	하	0

- (1) 남성으로 거주지역이 B이며 차량가액이 중인 경우, 자동차 보험사고가 발생할 확률을 추정하시오. 단,  $e = 2.7183$ ,  $\sqrt{e} = 1.6487$ ,  $\sqrt[3]{e} = 1.2599$ ,  $\log 2 = 0.3010$  이다. (5점)
- (2) 만약 각 변수의 범주모수 합이 0이 되도록 모수의 조건을 준다면, 즉  $\sum_{i=1}^2 \beta_i^{\text{성별}} = 0$ ,  $\sum_{i=1}^3 \beta_i^{\text{지역}} = 0$ ,  $\sum_{i=1}^3 \beta_i^{\text{차량가액}} = 0$ 이면, 남성의 모수  $\beta_1^{\text{성별}}$ 의 추정값을 구하시오. (5점)
- (3) 성별과 차량가액이 통제되었을 때, 거주지역 B 대비 거주지역 A의 조건부 효과를 설명하는 자동차 보험사고 발생 오즈비(odds ratio)의 자연 로그값을 구하시오. (5점)

(뒷면 계속)

7. 한국보험회사는 아래 정보를 이용하여 지급보험금 진전추이방식(paid loss development method)에 의해 추정된 보험금과 실제 지급보험금의 차액을 미보고발생손해액(IBNR)으로 적립하고 있다.

i) 사고연도 누적 지급보험금

사고연도	경과개월			
	12	24	36	48
2017	160	230	310	340
2018	150	230	320	
2019	170	300		
2020	200			

ii) 이자율은 0%이다.

iii) 종결진전계수(48개월-종결)는 1.05이다.

iv) 지급보험금 진전계수 선택법은 “사고연도별 경과차월의 진전계수” 들의 단순평균방법이다.

v) 2020년 회계연도말(2020년 12월 31일) 결산시 미보고발생손해액은 537.346으로 평가되었다.

그러나 한국보험회사의 보험계리사는 최근 보험금지급액이 증가한 것을 발견하고, 지급보험금 진전계수 선택법을 “사고연도별 경과차월의 진전계수” 들에 아래와 같은 가중치를 부여한 가중평균방법으로 변경하였다.

사고연도	12개월 - 24개월	24개월 - 36개월	36개월 - 48개월
2017	0.2	0.4	1.0
2018	0.3	0.6	
2019	0.5		

지급보험금 진전계수 선택법만 변경하고 이외의 것은 변경하지 않았다고 가정할 때, 한국보험회사가 2020년 회계연도말 미보고발생손해액 적립시 기존에 평가한 537.346에 추가해야 할 금액을 구하시오. (10점)

(뒷면 계속)

8. 한국보험계리법인은 한국보험회사가 보고한 2020년 동안 지급된 해약환급금을 감사하기 위해 해약된 계약 중 100건을 무작위로 추출한 후 그 해약환급금( $W_i$ )으로 다음과 같은 통계값을 얻었다.

$$\sum_{i=1}^{100} W_i = 5,050, \quad \sum_{i=1}^{100} W_i^2 = 336,530$$

추출한 계약의 해약환급금 표본평균과 한국보험회사의 전체 해약환급금의 모평균과의 오차가 신뢰수준 90% 이하에서 모평균의 1% 이내가 되게 하는 최소한의 추출 건수를 구하시오. 단, 표준정규분포를 따르는 확률변수  $Z$ 에 대하여  $\Pr(Z \leq 1.645) \approx 0.95$ 이다. (10점)

9. 한국보험회사는 2019년 1월 1일 자동차보험을 판매개시하였다. 아래의 정보를 이용하여 한국보험회사가 2020년 결산기말(2020년 12월 31일) 시점에 적립해야 할 자동차보험의 미보고발생손해액을 구하시오. (10점)

i) 계약 현황

계약건수	계약개시일
5	2019년 1월 1일
10	2019년 4월 1일
40	2019년 7월 1일
60	2019년 10월 1일
100	2020년 1월 1일
120	2020년 4월 1일
200	2020년 7월 1일
500	2020년 10월 1일

- ii) 모든 계약들은 6개월 만기이다.  
 iii) 모든 계약에서 해지는 발생하지 않으며 갱신은 고려하지 않는다.  
 iv) 2019년 각 계약의 수입보험료는 100이고, 2020년 각 계약의 수입보험료는 120이다.  
 v) 한국보험회사는 대차대조표일(2020년 12월 31일) 이전 1년간 달력연도 방법에 의한 경과보험료의 1% 해당액을 2020년 결산기말 미보고 발생손해액으로 적립한다.